



BUAP

RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES BORROSAS MEDIANTE LA INVERSA MOORE-PENROSE

GABRIEL KANTÚN MONTIEL
BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
gkantun@fcfm.buap.mx

LAURA LIZETH LUNA MARTÍNEZ
UNIVERSIDAD DEL PAPALOAPAN
lau970927@gmail.com

$$Ax = y$$

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones

$$Ax = y$$

Si A es invertible,

$$x = A^{-1}y$$

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones

Si A no es invertible,

Sea

$$A_{p \times q} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

De forma que A_{11} es una matriz de orden $r \times r$ y rango r

Tomemos

$$G_{q \times p} = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones

Inversa Moore-Penrose

- $AGA = A$
- $GAG = G$
- $(AG)^t = AG$
- $(GA)^t = GA$

Es única.

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones



E.H. Moore (1862 - 1932)



R. Penrose (1931 -)

La solución general del sistema de ecuaciones

$$Ax = b$$

Está dado por

$$x = Gb + (I - GA)z$$

Donde z es arbitrario.

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones

- Cadenas de Markov.
- Redes.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales singulares.
- Ecuaciones algebraico-diferenciales.
- Procesamiento de imágenes.

INVERSAS GENERALIZADAS

Problema general

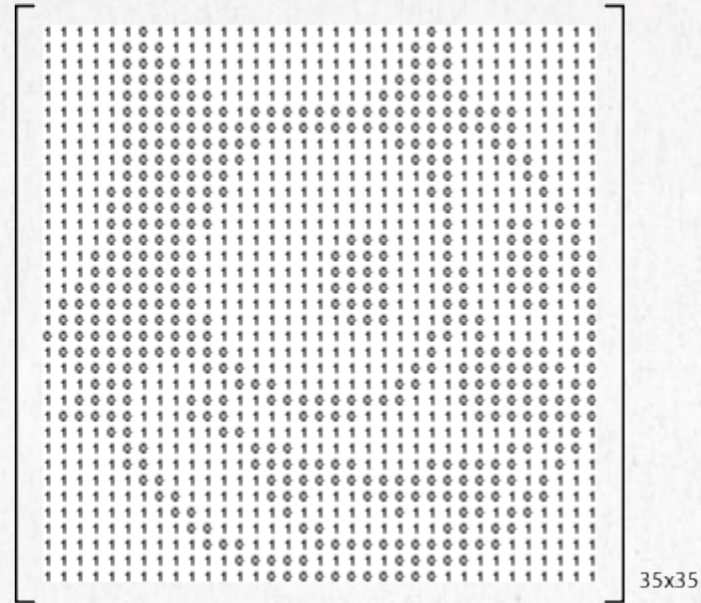
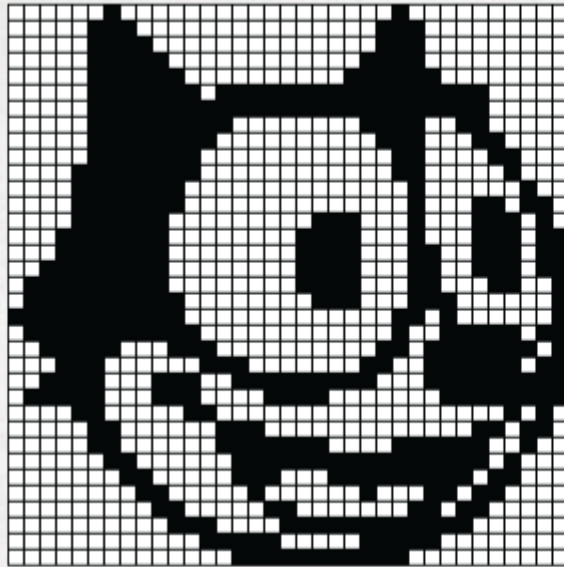
Descomposición matricial

Inversa Moore-Penrose

Solución general

Aplicaciones

Una imagen se almacena como una matriz.



DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

Algunos problemas:

- Reconocimiento.
- Mejoras a la imagen.

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

Cámara en movimiento.



DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

Modelo teórico

Dada la imagen

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

El difuminado lineal de amplitud h está dado por

$$a_{ij} = \frac{a_{ij}}{h} + \frac{a_{i \ j+1}}{h} + \cdots + \frac{a_{j+h}}{h}$$

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

$$\begin{bmatrix} k_1 & \dots & k_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & \dots & k_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & \dots & k_n & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_1 & \dots & k_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{in_1} \\ x_{in_2} \\ x_{in_3} \\ \vdots \\ x_{in_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{out_1} \\ x_{out_2} \\ x_{out_3} \\ \vdots \\ x_{out_r} \end{bmatrix}$$

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

Problema

$$Hx_{in} = x_{out}$$

$$x_{out}(i, j) = \frac{1}{h} \sum_{k=0}^{h-1} x_{in}(i, j + k)$$

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

Problema

$$Hx_{in} = x_{out}$$

Solución

$$x_{in} = H^\dagger x_{out}$$

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

El gato “Chicharito”



DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo

DIFUMINADO LINEAL

Imágenes digitales

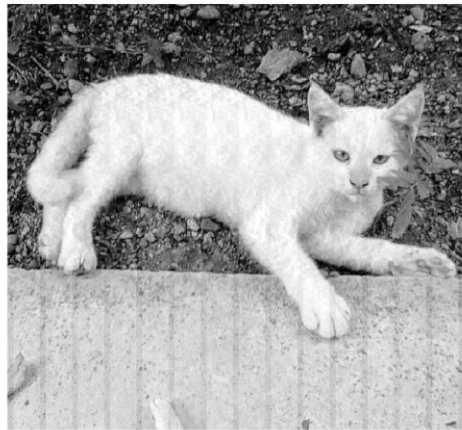
Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo





DIFUMINADO LINEAL

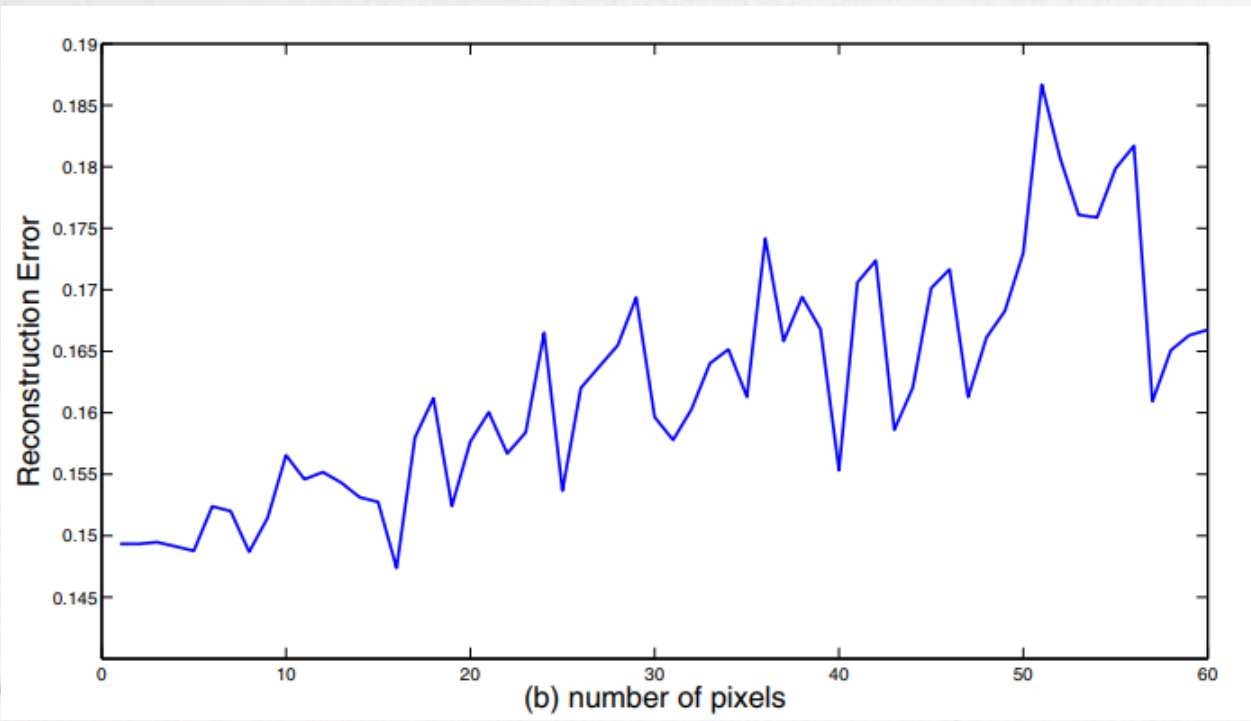
Imágenes digitales

Problema

Modelo teórico

Solución

Ejemplo



Predrag Stanimirovic, Igor Stojanovic, Dimitrios Pappas, Spiros Chountasis, Zoran Zdravev. On Removing Blur in Images Using Least Squares Solutions. *Filomat* 30:14 (2016), 3855–3866.

Spiros Chountasis, Vasilios N. Katsikis, and Dimitrios Pappas. Applications of the Moore-Penrose Inverse in Digital Image Restoration. *Mathematical Problems in Engineering* (2009)

REFERENCIAS

Gracias